**2 אולטרה פילטר**

**2.1 הגדרה (**פילטר):

יהי קבוצה ויהי אוסף לא ריק של תת קבוצות של , הוא **פילטר** (filter) על , אם ורק אם:

1. לכל , .
2. אם אזי
3. אם וגם אזי .

**2.2 הגדרה** – בסיס של פילטר:

*יהי פילטר על* **,** תת-אוסף הוא **בסיס** של הפילטר , אם ורק אם לכל קיים כך ש- .

אוסף הוא **בסיס-פילטר***(*filter base*) על , אם ורק אם קיים פילטר על אשר הוא הבסיס שלו.*

**2.2 הגדרה** – אולטרה-פילטר(ultra filter):

פילטר על קבוצה הוא אולטרה-פילטר אם ורק אם אין שום פילטר על המכיל ממש את .

ניתן להגיד אם כן כי אולטרה-פילטר הוא פילטר מקסימלי.

***2.3 טענה***

*יהי פילטר על , אולטרה פילטר על אם ורק אם לכל בדיוק אחת מבין שייכת ל*

**2.4 טענה**

תהי ונסמן ב- את הפילטר . אזי  *הינו אולטרה פילטר אם ורק אם A הינו סינגלטון.*

**2.5 הגדרה** – אולטרה-פילטר ראשי(principal ultra filter):

יהי ***,*** *האולטרה פילטר*

יקרא אולטרה-פילטר - ראשי.

**2.6 טענה**

יהי אולטרה-פילטר **שאינו ראשי** על , ויהי , אזי  *אינסופי.*

***2.8 משפט***

*כל פילטר על מוכל באולטרה-פילטר על .*

***2.9 הגדרה – התכנסות פילטר***

*יהי*  פילטר על העולם של מרחב טופולוגי ותהי נאמר שהפילטר **מתכנס** ל במרחב ושהנקודה היא **גבול** של אם ורק אם מכיל את פילטר הסביבות (כלומר אם ורק אם כל סביבה של שייכת לפילטר). כאשר מתכנס ל נרשום

***2.10 משפט***

*מרחב טופולוגי הוא מרחב האוסדורף אם ורק אם לכל פילטר מתכנס על יש גבול יחיד.*

***2.11 משפט***

*התאמה רציפה בנקודה , אם ורק אם לכל פילטר על המקיים פילטר התמונה, , שהוא הפילטר על שבסיסו הוא אוסף הקבוצות מהטיפוס כאשר , מקיים*